

# Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 534D 830

1. Докажите, что определитель матрицы квадратичной части и определитель расширенной матрицы квадратичного уравнения  $(Ax, x) + 2(b, x) + c = 0$  сохраняются при переходе от декартовой системы координат к другой декартовой системе.
2. Докажите, что любую линейно независимую систему векторов конечномерного пространства можно дополнить до базиса.
3. Докажите, что любой многочлен ненулевой степени над произвольным полем  $\mathbb{P}$  имеет корень в некотором расширении поля  $\mathbb{P}$ .
4. Вещественная часть каждого корня комплексного многочлена  $f(x)$  отрицательна. Докажите, что если комплексное число  $z$  удовлетворяет условию  $\operatorname{Re}(z) \geq 0$ , то  $\operatorname{Re}\left(\frac{f'(z)}{f(z)}\right) > 0$ .